

Институт земного магнетизма ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова



## Применение спектрального анализа для прогноза солнечной активности

Рождественский Дмитрий Борисович к.ф.-м.н.

Телегин Виктор Алексеевич. к.ф.-м.н. зав. Лаборатории

Рождественская Вера Ивановна к. ф. -м. н.

# Применение спектрального анализа для прогноза солнечной активности

## Причина, мешающая осуществлению прогноза

Существующие методы прогнозирования обладают общим недостатком. Причина, неприемлемого прогнозирования выявляется при непосредственном использовании экспериментальных данных наблюдений в экстраполяции. Данные наблюдения представляют собой конечную выборку дискретных отсчетов и относятся к классу финитных функций во времени, в которых конечные отсчеты данных наблюдения являются точками разрывов. Функции с разрывами при аппроксимации с помощью любых непрерывных функций сопровождаются явлением Гиббса. Спектр финитной во времени функции на частотах, превышающих частоту Найквиста, при восстановлении приводит к мимикрии частот и возникают явления Гиббса.

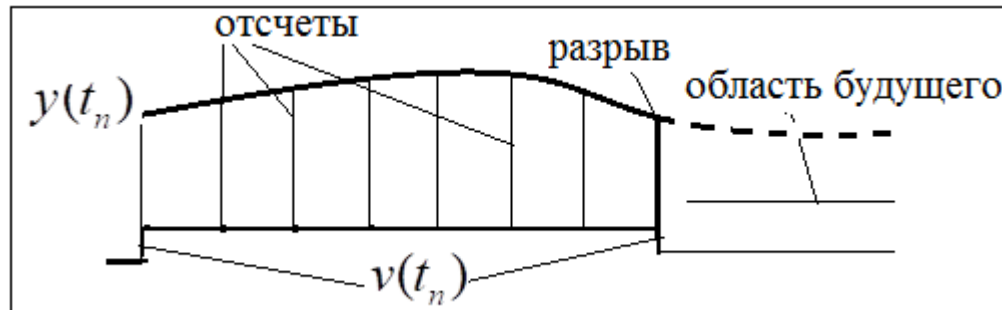
## Постановка задачи прогнозирования

\*Любой реальный процесс может быть представлен выражением

$$y(t) = \sum_i c_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$$

\*Результат измерения- дискретная функция

$$y(t_n) = v(t_n) \sum_i A_n \sin(\omega_i t_n + \phi_n). \quad v(t_n) - \text{единичная прямоугольная функция}$$



\*Влияние разрыва на операцию прогнозирования

При аппроксимации функций с разрывами возникает явление Гиббса, которое искажает результат прогнозирования. Эффективный метод подавления колебаний Гиббса - упорядочивание спектра процесса

## Дискретное и интегральное преобразования Фурье

- Любой реальный процесс с достаточной точностью может быть описан рядом Фурье, если процесс периодический, или интегралом Фурье, если процесс непериодический. Другими словами, любой реальный процесс описывается либо рядом Фурье, либо интегралом Фурье. В случае дискретного представления периодических данных используется дискретное преобразование Фурье (ДПФ); в случае непериодического процесса используется дискретное интегральное преобразование Фурье (ДИПФ), или ряд Котельникова.
- Ряды Котельникова в меньшей степени зависят от спектра исходного процесса. Их использование при аппроксимации приводят к наименьшим искажениями из-за явления Гиббса.

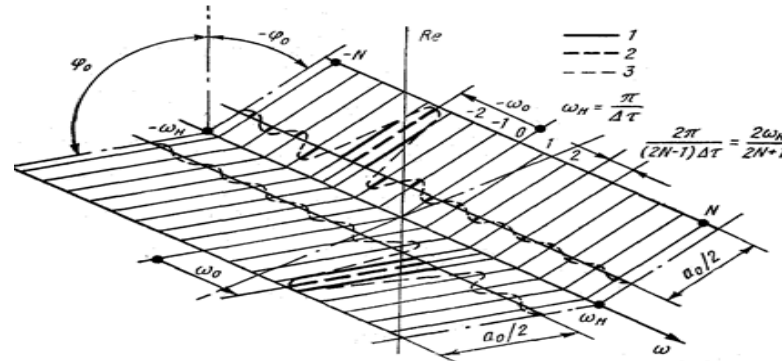
## Упорядочивание спектра процесса.

### 1. Алгоритм прогнозирования и условия прогнозируемости

$$- f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \dots + \frac{f^n(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$$

- процесс прогнозируем, если он определен и имеет производные до  $n$  – го порядка, или,
- если процесс имеет ограниченный спектр.

### 2. Спектр составляющей результатов измерений и его свойства.



- структура спектра соответствует модулированному сигналу;
- несущей служат составляющие исходного процесса; функция не известна.
- модулирующей функцией является выделяющая функция – известна.

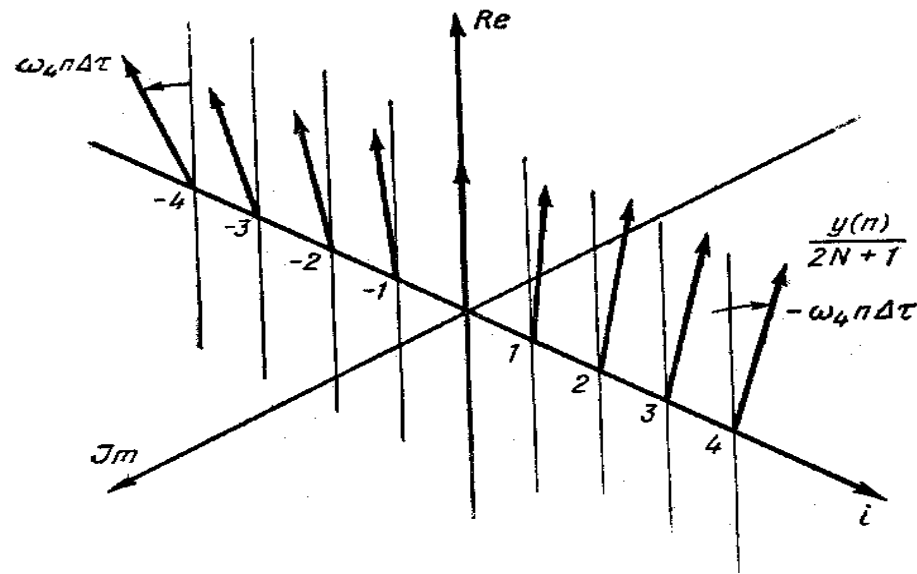
### 3. Демодуляция осуществляется с помощью выражения

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

# Фильтрация и расчет спектра

1. В качестве цифрового фильтра используется Чебышевский фильтр, частотная характеристика которого эквивалентна сочетанию непрерывного осреднения и операции идеальной фильтрации
2. Фильтрация исходного процесса проводится цифровым фильтром в частотной области

Спектр рассчитывается на основе представления вклада отдельного отсчета в спектр процесса



# Демодуляция

$$a(t) \sin(\omega t) = a_0 \sin \Omega t \cdot \sin \omega t = a_0 [\sin(\omega + \Omega)t + \sin(\omega - \Omega)t]$$

$$a_0 \sin \omega t = \frac{a_0 [\sin(\omega + \Omega)t + \sin(\omega - \Omega)t]}{\sin \Omega t}$$

1. Единичная прямоугольная функция заменяется функцией окна, имеющей ограниченный спектр
2. Исходный процесс фильтруется в частотной области с использованием функции окна
3. Восстановление дискретных функций выполняется с помощью рядов Котельникова

## Выделяющая функция

$$v(d) = \sum_n^N b_n \frac{\sin \pi(d-n)}{\pi(d-n)}, \quad d = \frac{t}{\Delta \tau}$$

## Ряд исходного ряда

$$y_i(d) = \sum_n^N y_i(n) b_n \frac{\sin \pi(d-n)}{\pi(d-n)}$$

## Алгоритм восстановления

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_n^N y(n) b_n \sin \pi(d-n)}{\sum_n^N b_n \sin \pi(d-n)}$$

## Интерполяция

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_n^N y(n) b_n \sin \pi(d-n)}{\sum_n^N b_n \sin \pi(d-n)}$$

## Расчет производной

$$y'(m) = \sum_{n=-N}^N [y(n) - y(m)] \frac{b_n}{b_m} \frac{(-1)^{(m-n)}}{m-n}$$

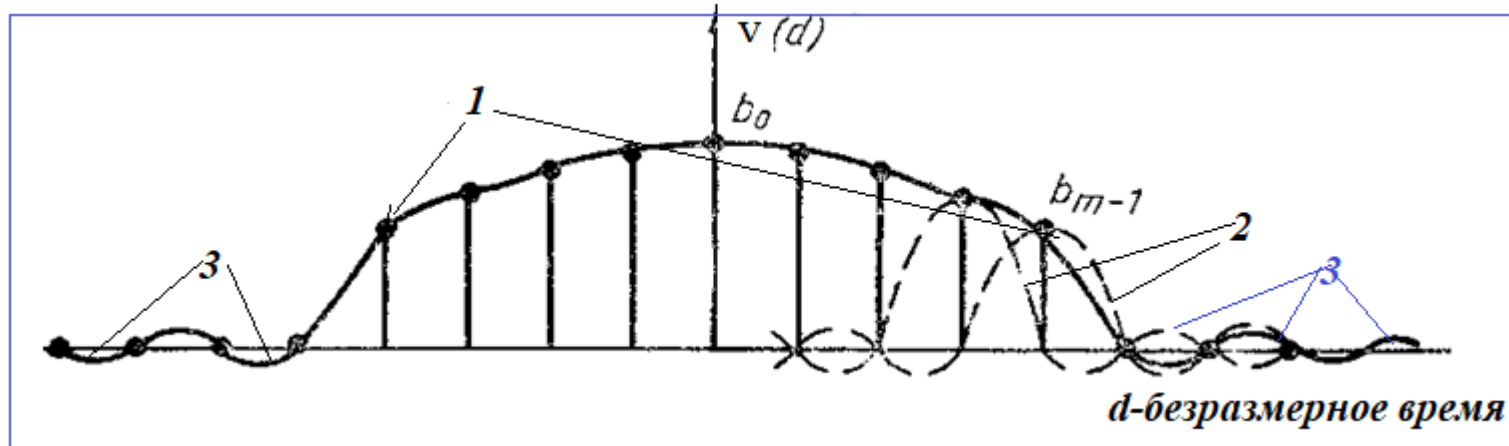
## Экстраполяция

$$y_{\text{эк}}(d) = \frac{\sum_{n=-N}^N y(n) \frac{b_n}{d-n} (-1)^{d-n}}{\sum_{n=-N}^N \frac{b_n}{d-n} (-1)^{d-n}}$$

## Расчет квадратуры

$$I = \sum_{n=1}^N y(n) \Delta \tau + \sum_{n=1}^N y'(n) \frac{\Delta \tau^2}{2!} + \sum_{n=1}^N y''(n) \frac{\Delta \tau^3}{3!} + \dots$$

## Механизм передачи информации в область будущего времени.

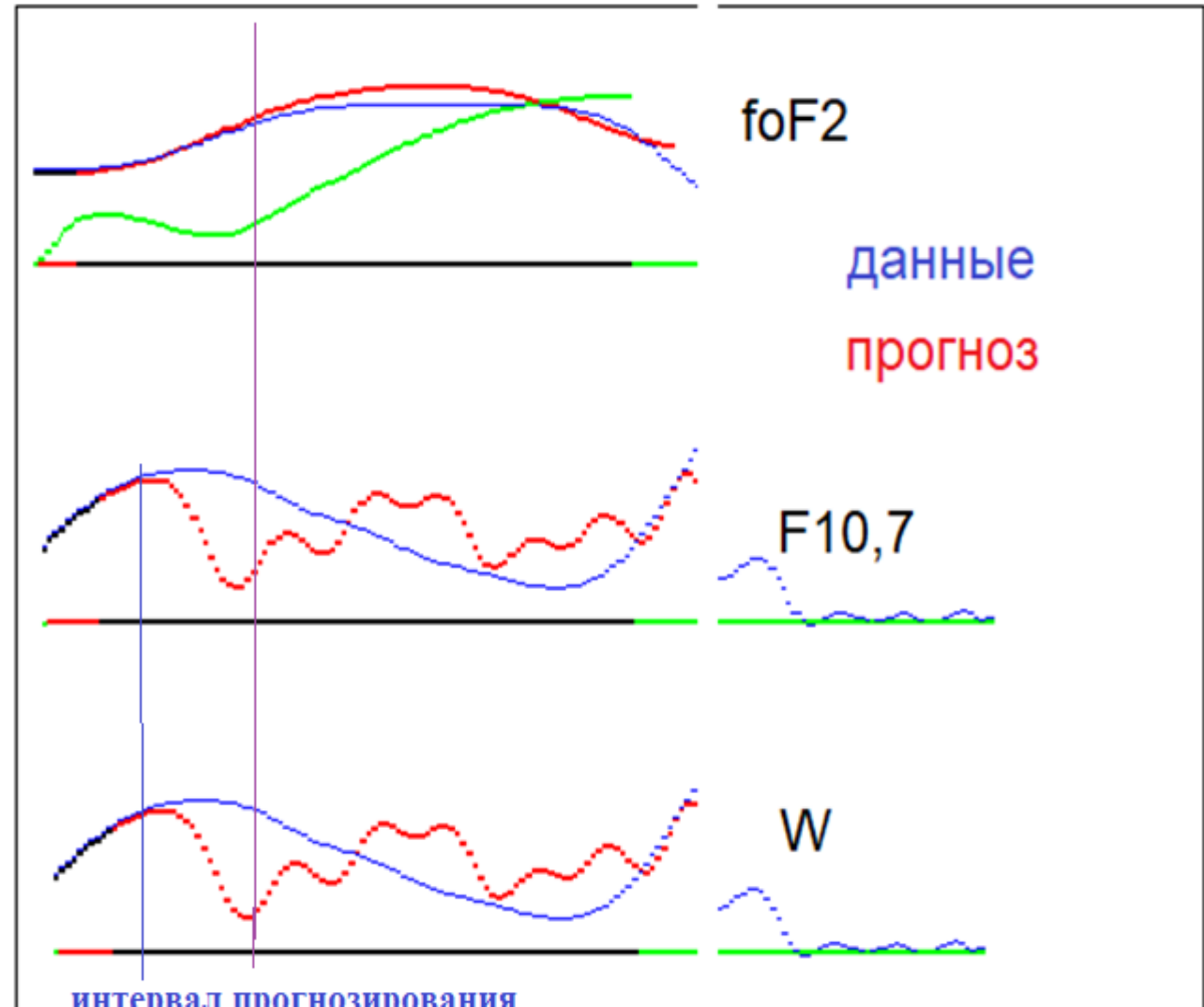


- 1 - выделяющая функция с ограниченным спектром задана на бесконечности.
- 2- базис Котельникова, 3 – колебания Гиббса несут информацию о каждом отсчете и уходят в бесконечность, являясь переносчиками информации в будущее.

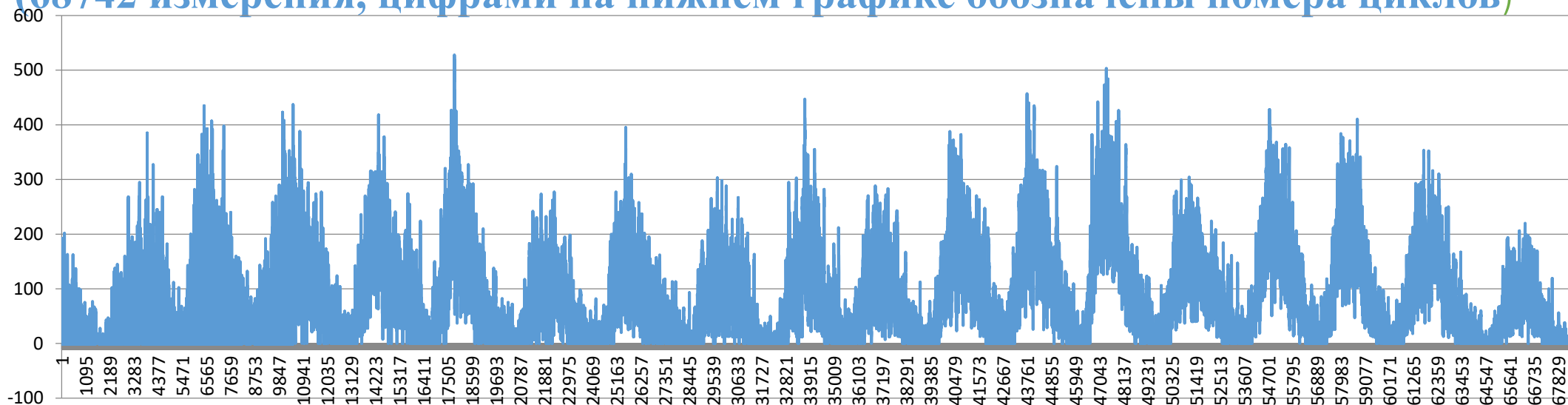


# Пример прогноза одиннадцатилетнего цикла ионосферы и солнечной активности

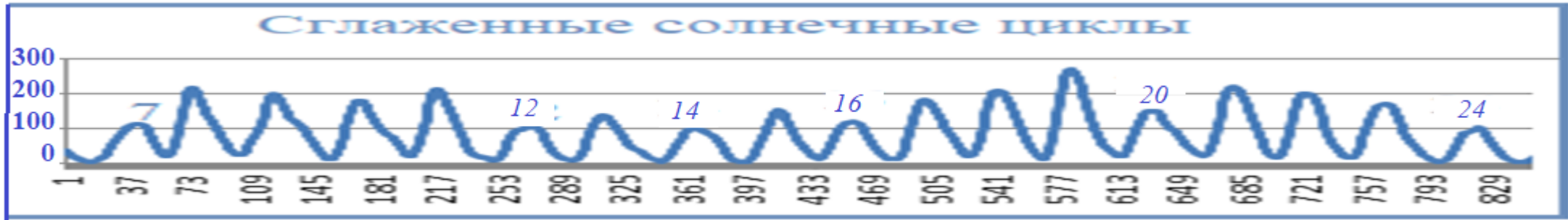
*Интервал прогнозирования критической частоты foF2 превышает интервал прогнозирования солнечной активности излучения F10,7 см и чисел Вольфа W.*



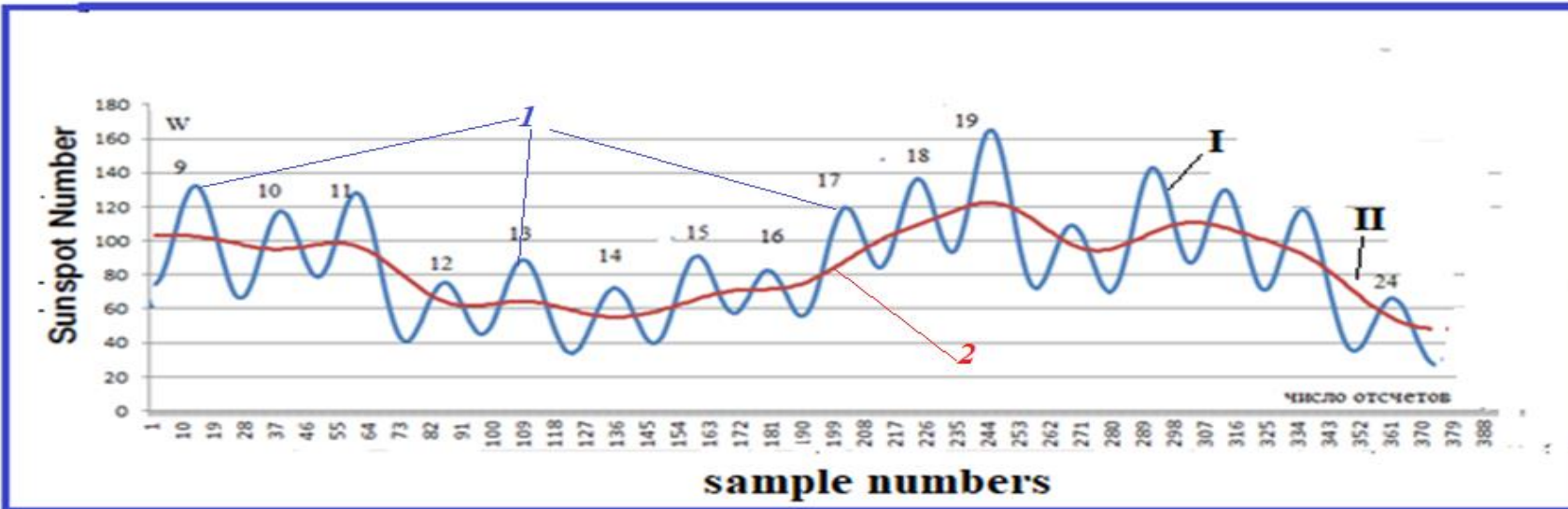
## Ежедневные значения чисел солнечных пятен, измеренные с 1818 по 2020 г. (68742 измерения, цифрами на нижнем графике обозначены номера циклов)



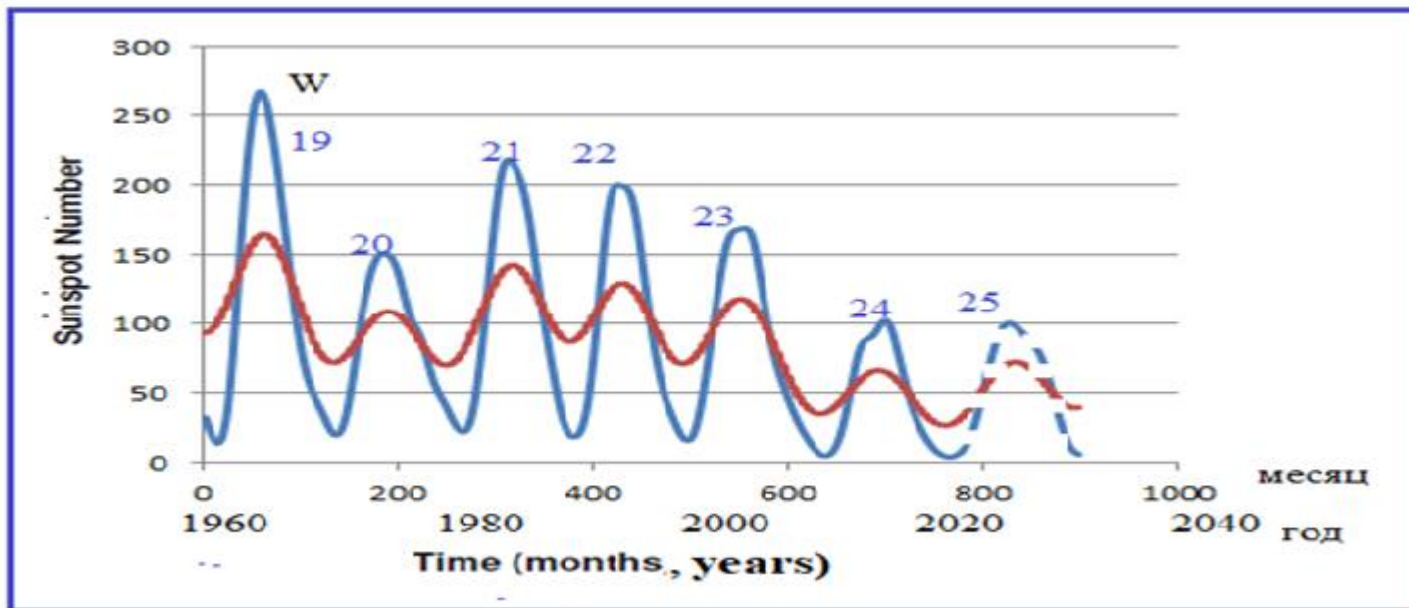
# Отдельные спектральные составляющие циклов солнечной активности, полученные с помощью фильтрации



# Одиннадцатилетняя и вековая составляющие солнечной активности и их прогноз для 25-го цикла



I - 11-летняя составляющая  
II - вековая составляющая  
солнечных циклов



Пунктиром - прогноз  
составляющих для 25-го цикла

## **Выводы**

1. На примере анализа приземной температуры и параметров ионосферы можно заключить, что долгопериодные составляющие атмосферы связаны с 11-летней активностью Солнца.
2. Можно полагать, что низкочастотные вариации содержат стохастическую составляющую, что значительно усложняет решение задачи прогнозирования.
3. Методы экстраполяции приземной температуры, основанные на методах демодуляции, позволяют наиболее адекватно прогнозировать низкочастотные составляющие геофизических процессов
4. Методы прогнозирования на основе математического моделирования на этапе идентификации с помощью данных наблюдения вносят существенные искажения из-за финитности конечной выборки данных.